A Stochastic Inventory Management Model with Consideration of Additional Information

Tanka Milkova - Assoc. Prof. Dr.
University of Economics – Varna, Varna, Bulgaria
tankamilkova@ue-varna.bg

Abstract

Proper management of stocks in the logistics system is essential for achieving high economic performance of any economic organization in the modern economy. The choice of appropriate models and methods for effective stock management depends on the nature of their consumption. In general, two main types of inventory consumption are considered – in certain and in case of random demand. In literature, a fundamental model for the management of stocks in random demand is known, using probability characteristics for the consumption of a certain quantity of the stock. These values are often difficult to set completely correctly. The article offers an opportunity to overcome these difficulties by constructing an algorithm to determine them taking into account additional information about the environment.

Keywords: Inventory Management, Stochastic Models.

JEL Code: C61

Въведение

Правилното управление на запаси в логистичната система е от съществено значение за постигане на ефективно функциониране на всяка една стопанска организация в съвременната икономика. Това се дължи на факта, че запасите, изразяващи статичното състояние на материалния поток, се срещат във всяко звено на логистичната система. Всички съвременни организации оперират в несигурната и трудно предвидима среда, което налага непрекъснато да се търсят различни научни и практически решения за по-добро организиране на дейностите, свързани с управление на запаси.

Според една от наложилите се дефиниции за стоково-материални запаси, те се намират в различни стадии на производството и обръщението на продукция с производствено-техническо предназначение, потребителски и други стоки, очакващи постъпване в производствения процес или потреблението, като се срещат във всички фази на стопанския процес – в снабдяването (суровини, материали, комплектуващи изделия), в производствения процес (незавършена продукция, инструменти, полуфабрикати и др.), в пласмента (готова продукция, резервни части, съпътстващи стоки за сервизите) (Благоев и кол., 2009, стр. 356; Димитров и кол., 2010, стр. 130-135; Стерлигова, 2012, стр. 7-10). Това обяснява и факта, че търсенето на запаси се проявява с различен характер в зависимост от това къде се формират, но най общо се разглеждат два вида търсене на запаси: детерминирано или определено търсене и стохастично или случайно търсене.

В настоящата статия се разглежда стохастично потребление на запаси като характерно за този тип потребление е проявлението на случайни процеси при възникване на потребност от съответния вид запас. На случайни закони са подчинени както обема на потреблението на запаса, така и моментът от време на възникване на тези потребности. Тези модели са приложими за случаи при които се наблюдава висока степен на неопределеност на търсенето, т.е. развитието на процесите във времето се описва с вероятностни закономерности (Димитров, 1984).

В специализираната литература са известни различни модели за управление на запаси при наличие на стохастични процеси, които отчитат едни или други специфични особености на конкретната икономическа ситуация (Петков, 2015; Muniz et al., 2021; Barabadi & Ataei & Khalokakaie & Barabadi & Qarahasanlou, 2022; Zhang & Shuai & Huang & Yuan, 2021;

Lamghari-Idrissi & Basten & Houtum, 2021; Yang & Wang & Fan & Mosleh, 2021; Lamghari-Idrissi & Basten & Houtum, 2020). Един от съществените проблеми при приложение на този тип модели за управление на запасите, считаме че е свързан със значителни трудности, а понякога и невъзможност, да бъдат на практика определяни достатъчно точни стойности на вероятностните параметри в моделите.

Целта на автора в настоящото изследване е да предложи възможност за преодоляване на трудностите, свързани с определяне на точни стойности на вероятностните параметри в един модел за управление на запасите при случайно търсене чрез конструиране на алгоритъм за тяхното определяне, отчитащ допълнителна информация за средата.

Изследванията са базирани на един от фундаменталните модели в теорията, известен като модел за управление на запасите при случайно търсене. Предвид това ще бъде представена накратко постановката на този модел (Атанасов и Дочев, 2005).

1. Модел за управление на запасите при случайно търсене

Класическата постановка на задачата за управление на запасите при случайно търсене е направена за управлението на запаси от резервни части, но тя лесно може да бъде адаптирана и приложена за всякакъв вид запаси със случаен характер на потребление.

Постановката на модела се свежда до следното. Да предположим, че фирма трябва да закупи скъпоструващо оборудване. Една от основните съставки на оборудването е доста сложна и скъпа, и се налага заедно с основното оборудване да се поръчат и няколко от тези съставки. Ако се закупят повече от съставките, то излишните не се използват или се продават на много ниски цени, което води до загуби. Ако тези съставки липсват, то се налага извънредното им доставяне, но вече на значително по-високи от първоначалните цени. Тези по-високи цени могат да се дължат например на допълнителните транспортни разходи и др. Също така, в параметърът отчитащ тези разходи могат да бъдат включени разходи и загуби поради спиране на производствения процес, свързано с невъзможността за функциониране на съответното оборудване. Разбира се, предвид конкретния тип запас със случаен характер на потребление, за който се прилага моделът, могат да се отчитат и други видове специфични разходи.

Означаваме с s големината на запаса. Предполагаме, че търсенето q за интервала от време T е случайна величина, с известна функция на разпределение $P(q)$ на вероятностите.

Възможни са два случая:

1. Търсенето q е не по-голямо от нивото на запаса, т.е. $q \leq s$. Запасът покрива търсенето и $s-q$ единици ще трябва да се продават на по-ниска цена, носеща загуби c_1 за една единица от тези съставки.

2. Търсенето q е по-голямо от нивото на запаса, т.е. $q > s$. В този случай възниква необходимост от извънредно попълване с $q-s$ единици, което води до допълнителни разходи от c_2 за единица съставка.

Предварително не е известно търсенето q, но се знае разпределението на вероятностите $P(q)$. За да намерим очакваните разходи при дадено ниво на запаса s, ще трябва да съберем стойностите на разходите за всяко q, умножени по съответните вероятности $P(q)$

$$Q(s) = c_1 \sum_{q=0}^{s} (s-q)\, P(q) + c_2 \sum_{q=s+1}^{\infty} (q-s)\, P(q).$$

След конструиране на функцията на общите разходи по този начин, зависеща от големината на запаса s, следва да определим такава стойност на s, при която очакваните сумарни разходи Q са минимални. За целта се прилага специален метод, при който се определя стойността на общите разходи при ниво на запаса с единица повече и с единица по-малко от s ($s-1$ и $s+1$). След извършване на съответни разсъждения и преобразувания се стига до извода, че ако означим оптималния размер на запаса с s^*, при който сумарните разходи са минимални, то s^* удовлетворява следното двойно неравенство:

$$P\left(q \le s^* - 1\right) < \frac{c_2}{c_1 + c_2} < P\left(q \le s^*\right).$$

Ако s^* удовлетворява условията $P\left(q \le s^* - 1\right) < \frac{c_2}{c_1 + c_2} = P\left(q \le s^*\right)$, то в този случай $Q\left(s^* + 1\right) = Q\left(s^*\right)$ и оптималният запас ще бъде s^* или $s^* + 1$. Ако s^* е такова, че $P\left(q \le s^* - 1\right) = \frac{c_2}{c_1 + c_2} < P\left(q \le s^*\right)$, то $Q\left(s^* - 1\right) = Q\left(s^*\right)$ и в този случай оптималното ниво на запаса ще бъде $s^* - 1$ или s^*.

Приложението на този модел за оптимално управление на запасите при случайно търсене се свързва с определени трудности при определяне на реални и точни стойности на закона за разпределение на вероятностите за търсене на запаса.

2. Конструиране на закон за разпределение на търсенето на запас със случаен характер на потребление при отчитане на допълнителна информация

Един от най-съществените етапи при приложение на модела за управление на запаси при дискретно случайно търсене е свързан с определяне на стойностите на закона за разпределение на търсенето на запаса $P(q)$. Въпреки това в специализираната литература посветена на моделите за оптимално управление на запаси при случайно търсене акцентът по-често се поставя на самите модели и възможностите за модифицирането и приложението като обикновено се приема, че параметрите в модела са предварително известни (Şenses & Gölbaşı & Bakal, 2022; Wu et al., 2021; Kian & Bektaş & Ouelhadj, 2019; Vukić et al., 2021; Dellagi et al., 2020).

За определяне на закона за разпределение на търсенето на запаса $P(q)$ обикновено се препоръчва подход, базиран на резултати от проведени наблюдения за минали периоди (Невежин, Кружилов и Невежин, 2012). Този подход е базиран на елементи от теория на вероятностите и се свежда до следното (Николаев и кол., 2021). Провеждат се n на брой наблюдения за стойността на действителното търсене на запаса със случаен характер на потребление. Съобразно вида на запаса могат да се използват различни времеви периоди за осъществяване на търсенето на запаса, например един ден, една седмица, един месец и т.н. Установява се, че действителното потребление от запаса приема стойности 0, 1, 2, …, k. С n_i $(i = 0,1,2,...,k)$ се означава броя на случаите (честотите), в които действителното потребление от запаса се оказва i единици. Вероятността p_i $(i = 0,1,2,...,k)$ за реализиране на потребление от запаса i единици е равна на относителната честота на това потребление. Получава се като отношение на броя на случаите, в които потреблението на запаса е било i единици към общия брой на направените наблюдения:

$$p_i = \frac{n_i}{\sum_{i=0}^{k} n_i} = \frac{n_i}{n} \quad (i = 0,1,2,...,k).$$

В много случаи реалното (действителното) търсене на запаса със случен дискретен характер на потребление може да зависи от редица фактори, които оказват съществено влияние, а в описания по-горе подход не се отчитат. Такива фактори например могат да бъдат следните: потреблението на резервни части за дадено оборудване зависи от интензивността на натоварване на съответното оборудване, която се определя от случайния характер на потребление на крайния продукт; случайното потребление на определени продукти със сезонен характер може да зависи от времето (условно наричано лошо или хубаво), както и от търсенето на потребителите (високо или ниско) и др.

Предвид това ще предложим един подход за определяне на закона за разпределение на потреблението на запаса, като се отчитат специфични особености на средата, в която е реализирано това потребление. Предварително трябва да бъдат дефинирани възможните състояния на средата, означени с $H_i\ (i=1,2,...,m)$. Например, в споменатия случай на различно потребление на резервни части в зависимост от интензивността на производство възможните състояния на средата могат да бъдат H_1 – висока интензивност на производство и H_2 – ниска интензивност на производство.

Отново се провеждат n на брой наблюдения за стойността на действителното търсене q на запаса със случаен характер на потребление за избрания времеви период, което може да приема стойности 0, 1, 2, …, k. Установява се действителното потребление от запаса за този период, но се отчита и значението на възможните състояния на средата $H_i\ (i=1,2,...,m)$. Получените резултати се обобщават спрямо $H_i\ (i=1,2,...,m)$, където с $n_j^i\ (i=1,2,...,m,\ j=0,1,2,...,k)$ се означава броя на случаите при които потреблението на запаса се е оказало j единици, а състоянието на средата е съответствало на H_i, т.е.

H_i	Потребление	0	1	…	k
	Брой случаи	n_0^i	n_1^i	…	n_k^i

По аналогичен на описания по-горе начин се определят вероятностите $p_j^i\ (i=1,2,...,m,\ j=0,1,2,...,k)$ за проявление на потреблението за всяко едно от състоянията $H_i\ (i=1,2,...,m)$ поотделно. С $p_j^i\ (i=1,2,...,m,\ j=0,1,2,...,k)$ се означава вероятността потреблението на запаса да се окаже j единици, а състоянието на средата да съответства на H_i, т.е. получава се като отношение на броя на случаите, в които потреблението на запаса е било j единици към общия брой на направените наблюдения, отнасящи се към ситуацията $H_i\ (i=1,2,...,m)$:

$$p_j^i = \frac{n_j^i}{\sum_{l=0}^{k} n_l^i}\ (i=1,2,...,m),\ \ j=0,1,2,...,k). \qquad (1)$$

Резултатите могат да се обобщят спрямо $H_i\ (i=1,2,...,m)$ по следния начин:

H_i	Потребление	0	1	…	k
	p_j^i	p_0^i	p_1^i	…	p_k^i

Следващата съществена стъпка при приложение на този подход е да се направи оценка на вероятността за настъпване на всяко едно от дефинираните състояния на средата $H_i\ (i=1,2,...,m)$, които оказват влияние върху действителното потребление на запаса със случаен дискретен характер на потребление. Тези вероятности се означават с $P(H_i)$ $(i = 1, 2, ..., m)$, където е в сила равенството $\sum_{i=1}^{m} P(H_i) = 1$.

В настоящото изследване няма да се спираме подробно на методите за определяне на стойностите на $P(H_i)$ $(i = 1, 2, ..., m)$, тъй като в зависимост от конкретното значение на състоянията на средата, оказващи влияние на потреблението на запаса могат да се препоръчат различни подходи. Считаме, че в различните ситуации могат да бъдат подходящи методи като експертни оценки, анкетни проучвания, анализ на наблюдения за минали периоди и др. Само като един пример можем да посочим, че при определяне на вероятностите за случайното потребление на резервни части за дадено оборудване, може да се изследва интензивността на производство. Тази интензивност може да бъде определена с висока степен на точност за някакъв бъдещ период на база производствените планове на предприятието. Възможно е обаче интензивността на производството, респективно потреблението на резервни части да зависи от случайното търсене на произвеждания продукт, т.е. в такива ситуации ще е подходящо да се изследва очакваното състояние на търсенето. Съществуват разбира се и ситуации, при които тези вероятности могат да бъдат определени на база наблюдение и анализ на действителни данни за минали периоди по начина описан първоначално в този параграф.

За целите на настоящото изследване ще приемем, че $P(H_i)$ $(i = 1, 2, ..., m)$ са известни.

На следваща стъпка при приложение на предлагания подход за конструиране на закона за разпределение на вероятностите за проявление на случайното търсене на запаса се използва формулата за пълна вероятност (Николаев и кол., 2021), според която, ако $H_1, H_2, ..., H_m$ образуват пълна група от случайни събития и събитието съответстващо на случайното потребление на запаса да се окаже j единици зависи от тях, то пълната вероятност за сбъдване на събитието j е равна на

$$\begin{aligned} P(q=j) &= P(H_1)P(j|H_1) + P(H_2)P(j|H_2) + ... + P(H_m)P(j|H_m) = \\ &= \sum_{i=1}^{m} P(H_i)P(j|H_i), \qquad j = 0, 1, 2, ..., k \end{aligned} \quad . \quad (2)$$

По този начин се достига до закона за разпределение на случайната величина, представяща случайното дискретно търсене на запаса:

Потребление q	0	1	…	k
$P(q)$	$P(q=0)$	$P(q=1)$	…	$P(q=k)$

Ще демонстрираме възможността за приложение на така предложения метод на база следния условен числов пример.

Разглеждаме случайното дискретно потребление на определен вид запас в продължение на 51 седмици. Предварително е дефинирано, че търсенето на този запас зависи от случайни фактори на средата и може да се определи като ниско, средно или високо (или H_1, H_2, H_3). В резултат от наблюденията е установено, че направените 51 наблюдения се разпределят между състоянията на търсене съответно в 14, 20 и 17 от случаите. Единиците случайно потреблението от запаса се изменят от 0 до 5. Резултатите от наблюденията са обобщени по следния начин:

H_1	Потребление	0	1	2	3	4	5
	Брой случаи	4	4	3	3	0	0

H_2	Потребление	0	1	2	3	4	5
	Брой случаи	3	5	5	6	1	0

H_3	Потребление	0	1	2	3	4	5
	Брой случаи	1	2	3	3	4	4

На базата на тези данни и формула (1) се получават следните вероятности за търсенето в зависимост от състоянието на средата:

H_1	Потребление	0	1	2	3	4	5
	p_j^1	0,286	0,286	0,214	0,214	0	0

H_2	Потребление	0	1	2	3	4	5
	p_j^2	0,15	0,25	0,25	0,3	0,05	0

H_3	Потребление	0	1	2	3	4	5
	p_j^3	0,06	0,118	0,176	0,176	0,235	0,235

Ще приемем, че след проведено проучване е установено, че вероятностите $P(H_1)$, $P(H_2)$ и $P(H_3)$ за проявление на всяко едно от състоянията на средата (ниско, средно или високо търсене) в следващия период от време са равни съответно на:

$$P(H_1) = 0,3\,,\ P(H_1) = 0,4\,,\ P(H_1) = 0,3\,.$$

Съгласно (2) се получават следните стойности за вероятностното разпределение на търсенето на запаса в зависимост от състоянието на средата:

Потребление q	0	1	2	3	4	5
$P(q)$	0,163	0,221	0,217	0,237	0,091	0,071

Ако се приложи подходът за конструиране на закона за разпределение на търсенето на запаса без отчитане на резултатите от допълнителните изследвания за вероятностите за проявление на факторите на средата, то биха се получили следните данни:

Потребление q	0	1	2	3	4	5
Общ брой случаи	8	11	11	12	5	4
$P(q)$	0,157	0,216	0,216	0,235	0,098	0,078

Използването на закона за разпределение без допълнителните проучвания на вероятностното състояние на средата може да доведе до отклонение от действителното оптимално решение относно нивото на запаса със случаен характер на потребление. Интегралните функции на разпределение на вероятностите за потребление на запаса в двата случая приемат следния вид:

Потребление q	0	1	2	3	4	5
(с допълнително проучване)	0,163	0,384	0,601	0,838	0,929	1

Потребление q	0	1	2	3	4	5
(без допълнително проучване)	0,157	0,373	0,589	0,824	0,922	1

Да предположим, че разходите поради излишък на единица запас са $c_1 = 20000$ лв., а разходите поради недостиг на единица запас са $c_2 = 30000$ лв. Тогава се получава

$$\frac{c_2}{c_1 + c_2} = \frac{30000}{20000 + 30000} = 0,6$$

и съгласно двойното неравенство

$$P\left(q \le s^* - 1\right) < \frac{c_2}{c_1 + c_2} < P\left(q \le s^*\right),$$

което определя оптималното решение на модела за управление на запасите при случайно търсене, в първия случай, когато е направено допълнително проучване на състоянието на средата следва, че оптималното ниво на запаса е $s^*_1 = 2$ единици и в този случай се получава очаквана стойност на общите разходи

$$Q(s^*_1 = 2) = (2.0,163 + 1.0,221).20000 +$$
$$+ (1.0,237 + 2.0,091 + 3.0,071).30000 = 29900 \text{ лв.}$$

Във втория случай, когато не се прави допълнително проучване на състоянието на средата при конструиране на закона за разпределение на случайното търсене се получава оптималното ниво на запаса $s^*_2 = 3$ единици и в този случай се получава очаквана стойност на общите разходи

$$Q(s^*_1 = 3) = (3.0,157 + 2.0,216 + 1.0,216).20000 +$$
$$+ (1.0,098 + 2.0,078).30000 = 30000 \text{ лв.}$$

Вижда се, че макар и незначително при използване на примерните данни, очакваните общи разходи от управлението на запаса при провеждане на допълнително проучване на състоянието на средата са по-малки от случая, при който не се прави това проучване.

Заключение

Предложеният подход за конструиране на закона за разпределение на търсенето на запас със случаен дискретен характер на потребление, който отчита допълнително вероятностното състояние на средата и фактори влияещи на потреблението може да се прилага при възможност за реално осъществяване на описаните наблюдения за минали периоди. Този подход е лесен от гледна точка на изчислителни процедури, но е трудоемък по отношение на необходимостта от извършване на наблюдения върху случайното поведение за продължителен период от време.

References

1. Atanasov, B., D. Dochev. (2005) Izsledvane na operatsiite. Varna: Nauka i ikonomika.
2. Barabadi, R., Ataei, M., Khalokakaie, R., Barabadi, A., Qarahasanlou, A.N. (2022). Spare Part Management Considering Risk Factors. In: Karim, R., Ahmadi, A., Soleimanmeigouni, I., Kour, R., Rao, R. (eds) International Congress and Workshop on Industrial AI 2021. IAI 2021. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Cham.
3. Blagoyev, Bl. i kol. (2009). Stopanska logistika, Varna: Nauka i ikonomika.

4. Dellagi, S. et al. (2020). Integrated maintenance/spare parts management for manufacturing system according to variable production rate impacting the system degradation. Concurrent Engineering, 28(1), pp. 72–84.
5. Dimitrov, Boyan. (1984) Nauchno upravleniye na zapasite. Sofiya: Nauka i izkustvo.
6. Dimitrov, P. i kol. (2010). Logistichni sistemi, Sofiya: Stopanstvo.
7. Douniel Lamghari-Idrissi, Rob Basten & Geert-Jan van Houtum (2021). Reducing risks in spare parts service contracts with a long downtime constraint, IISE Transactions, 53:10, 1067-1080.
8. Douniel Lamghari-Idrissi, Rob Basten, Geert-Jan van Houtum (2020). Spare parts inventory control under a fixed-term contract with a long-down constraint, International Journal of Production Economics, Volume 219, Pages 123-137.
9. Kian, R., Bektaş, T. & Ouelhadj, D. (2019). Optimal spare parts management for vessel maintenance scheduling. Ann Oper Res 272, 323–353.
10. Luka Vukić, Ladislav Stazić, Marija Pijaca & Ivan Peronja | Tao Peng (Reviewing editor) (2021). Modelling the optimal delivery of spare parts to vessels: Comparison of three different scenarios, Cogent Engineering, 8:1.
11. Muniz, L.R., Conceição, S.V., Rodrigues, L.F., de Freitas Almeida, J.F. and Affonso, T.B. (2021). Spare parts inventory management: a new hybrid approach. The International Journal of Logistics Management, Vol. 32 No. 1, pp. 40-67.
12. Nevezhin, N.P., S.I. Kruzhilov, Yu.V. Nevezhin (2012). Issledovaniye operatsii i prinyatiye resheniy v ekonomike. Moskva: Forum.
13. Nikolayev, R. I kol. (2021) Prilozhna matematika. Varna: Nauka i ikonomika.
14. Petkov, Y. (2015) YEdna modifikatsiya na model za optimalno upravleniye na zapasite pri sluchayno t"rsene. // Ikonomikata v promenyashchiya se svyat: natsionalni, regionalni i globalni izmereniya : Sb. dokl. ot mezhdunar. nauch. konf.: T. 2. - Varna: Univ. izd. Nauka i ikonomika, s. 487 - 494.
15. Sena Şenses, Onur Gölbaşı, İsmail Serdar Bakal (2022). A spare parts inventory optimization study in mining. Pamukkale Univ Muh Bilim Derg. 28(1):128-138.
16. Sterligova, A. N. (2012). Upravleniye zapasami v tsepyakh postavok, Moskva: Infra-M.
17. Wu, Jiaju, Huijun Liu, Hongfu Zuo, Zheng Cheng, Yonghui Yang, Yongqi Ma, and Linggang Kong. (2021). The Demand Supply Steady-State Process-Based Multi-Level Spare Parts Optimization. Sensors 21, no. 24:8324.
18. Yang, Ke, Yongjian Wang, Shidong Fan, and Ali Mosleh. (2021). Multi-Criteria Spare Parts Classification Using the Deep Convolutional Neural Network Method. Applied Sciences, 11, no. 15: 7088.
19. Zhang, Shuai, Kai Huang, and Yufei Yuan. (2021). Spare Parts Inventory Management: A Literature Review". Sustainability 13, no. 5:2460.